IMPEDÂNCIA

Em um circuito real a resistência elétrica, que é propriedade física dos materiais que o constituem, está sempre presente. Ela pode ser minimizada, mas não eliminada. Portanto, circuitos indutivos e capacitivos são, na verdade, redes do tipo RL e RC, cujas associações série, paralela ou mista, dependem da configuração dos circuitos e do processo de fabricação dos componentes do circuito. A combinação dos efeitos resistivos e reativos dá origem à **Impedância** dos circuitos.

Para um circuito de dois terminais A e B, representado por um bloco de carga alimentado por um fasor de tensão de entrada V& e um fasor de corrente de entrada I& , contendo qualquer elemento passivo (capacitor, indutor ou resistor) ou a combinação deles como mostra a figura 6.4.1.

A relação entre a tensão e a corrente é dada pela **Impedância (Z)** do circuito. **Impedância (Z) de um circuito é definida como a relação entre a tensão e a corrente que atravessa um bipolo de um circuito.**

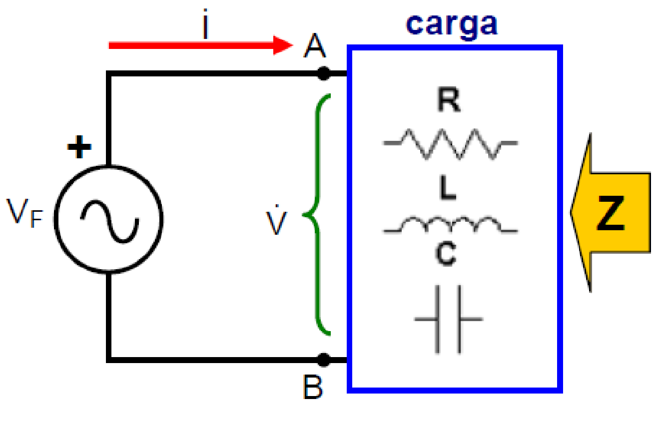


Figura 6.4.1 – Fonte de Tensão alternada alimentando um circuito RLC

$$Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}}$$

onde:

V – fasor tensão entre os terminais A e B (V);

I – fasor corrente entre os terminais A e B (A);

Z – Impedância do bloco de carga entre os terminais A e B (Ω).

A impedância Z, dada pela relação entre tensão e corrente num circuito misto, representa a medida da oposição que este circuito oferece à passagem de uma corrente alternada. Como os fasores V e I são números complexos, a **impedância Z é também um número complexo, mas não é um fasor.**

Para um circuito (ou bloco) resistivo puro:

Se o bloco de carga do circuito da figura 6.4.1 for composto apenas por um ou uma

combinação de **resistores ideais** (circuito resistivo puro) e sabendo que a tensão e a corrente estão em fase num elemento resistivo, então:

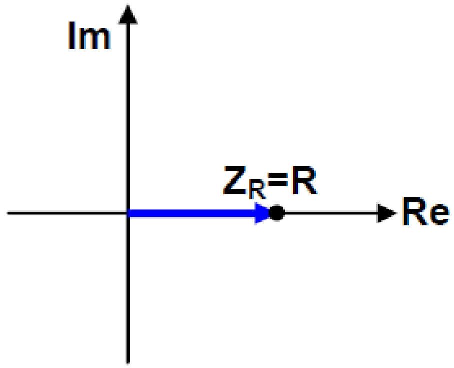
$$Z_R = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}_R} = \frac{V_{ef}\angle 0^\circ}{I_{ef}\angle 0^\circ} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}\angle 0^\circ = R\angle 0^\circ = R$$

Nos terminais de um resistor ou de um circuito resistivo puro a impedância Z é igual à resistência R:

$$Z_R = R$$

É, portanto, um **número real positivo**.

No plano cartesiano a representação de uma impedância de um resistor ideal é dada na figura 6.4.2.



6.4.2 – Impedância de um resistor ideal: número real no plano cartesiano.

Para um circuito (ou bloco) indutivo puro:

Se o bloco de carga do circuito da figura 6.4.1 for composto apenas por um ou uma
combinação de **indutores ideais** (circuito indutivo puro) e sabendo que a corrente está atrasada de 90o da tensão num elemento indutivo puro, então:

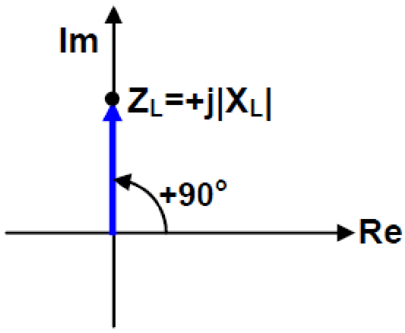
$$Z_L = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}_L} = \frac{V_{ef}\angle 0^o}{I_{ef}\angle -90^o} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}\angle +90^o = |X_L|\angle +90^o = +j\cdot|X_L| = +j\cdot\omega\cdot L$$

Num circuito ou bloco indutivo puro a impedância Z é igual à reatância indutiva XL:

$$Z_L = +j\cdot|X_L| = +j\cdot\omega\cdot L$$

É, portanto, um **número imaginário positivo**.

No plano cartesiano a representação de uma impedância de um indutor ideal é dada na figura 6.4.3.



6.4.3 – Impedância de um indutor ideal: número imaginário positivo no plano cartesiano.

• **Para um circuito (ou bloco) capacitivo puro:**

Se o bloco de carga do circuito da figura 6.4.1 for composto apenas por um ou uma

combinação de **capacitores ideais** (circuito capacitivo puro) e sabendo que a corrente está adiantada de 90o da tensão num elemento capacitivo puro, então:

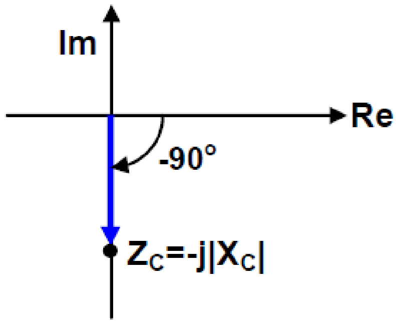
$$Z_C = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}_C} = \frac{V_{ef}\angle 0^o}{I_{ef}\angle +90^o} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}\angle -90^o = |X_C|\angle -90^o = -j\cdot|X_C| = \frac{|X_C|}{j} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C}$$

Nos terminais de um indutor ou num circuito capacitivo puro, a impedância Z é igual à reatância capacitiva XC:

$$Z_C = -j\cdot|X_C| = \frac{-j}{\omega\cdot C} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C}$$

É, portanto, um **número imaginário negativo.**

No plano cartesiano a representação de uma impedância de um capacitor ideal é dada na figura 6.4.4.



6.4.4 – Impedância de um capacitor ideal: número imaginário negativo no plano cartesiano.

Para circuito (ou bloco) RLC misto:

Se o bloco de carga do circuito da figura 6.4.1 for composto pela combinação de elementos passivos (circuito misto), a tensão e a corrente terão ângulos de fase diferentes e estarão defasados por um ângulo φ.

Sabendo que:

$$\phi = \theta_V - \theta_I$$

$$Z = \frac{\dot{V}_Z}{\dot{I}_Z} = \frac{V_{ef}\angle\theta_V}{I_{ef}\angle\theta_i} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}\angle(\theta_V - \theta_i) = |Z|\angle(\theta_V - \theta_i) = |Z|\angle \pm \phi = R \pm j \cdot X$$

Como sabemos, um número é chamado **complexo** porque é **composto** por **duas partes**: uma parte real e uma parte imaginária. Portanto:

A impedância de um elemento de carga misto é um número complexo.

Na forma polar possui um módulo |Z| e um ângulo φ. Na forma retangular possui uma parte real, representada pela resistência R da carga do circuito e uma parte imaginária, representada pela reatância X da carga do circuito:

$$Z = |Z|\angle \pm \phi = R \pm j \cdot X$$

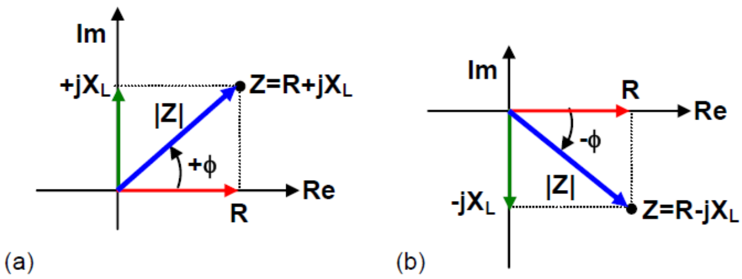
Nos terminais de uma carga mista (RLC), a impedância Z será composta por uma **parte real positiva** referente ao **teor resistivo** e uma parte imaginária referente ao teor reativo (capacitivo ou indutivo).

Se a **parte imaginária** for **positiva**, o **teor** é **indutivo**.
Se a **parte imaginária** for **negativa**, o **teor** é **capacitivo**.

O ângulo φ representa a diferença entre as fases da tensão e da corrente e é chamado **ângulo de defasagem, ângulo de deslocamento ou ângulo de impedância:**

$$\phi = \theta_V - \theta_I$$

A impedância de um circuito de carga mista pode ser representado no plano cartesiano como um número complexo, como mostra a figura 6.4.5.



6.4.5 – Impedância de um circuito de carga mista é um número complexo no plano cartesiano: (a) teor indutivo, parte imaginária positiva; (b) teor capacitivo, parte imaginária negativa.

Como estudado na matemática, podemos representar um número complexo na forma polar e na forma retangular e ainda transformarmos de uma forma em outra. Assim, podemos representar a Impedância na forma polar ou na forma retangular e transformá-las uma em outra, como mostra a figura 6.4.6:

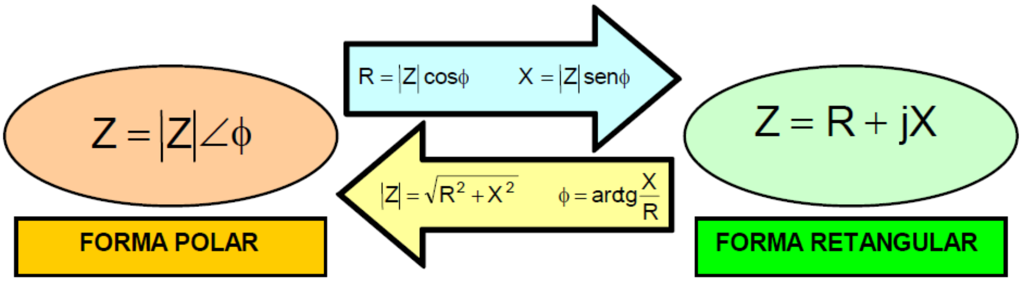


Figura 6.4.6 – transformação de impedâncias da forma polar para a forma retangular e vice-versa.

Observação: A maioria das calculadoras científicas apresenta uma função que permite essas transformações facilmente. É importante conhecer como fazê-las, para facilitar os cálculos necessários a uma análise de um circuito em corrente alternada.

No trato dos circuitos no domínio fasorial, todos os elementos do circuito ser substituídos por uma única **impedância equivalente Zeq**, que em geral é representada na forma retangular:

$$Z_{eq} = |Z_{eq}| \angle \pm \phi = R \pm j \cdot X$$

Nesta representação, R, a parte real, é a resistência total do circuito e X, a parte imaginária, é a reatância total do circuito que depende das reatâncias indutivas e capacitivas existentes.

Como se pode notar de $Z = \frac{V}{i}$, o ângulo da impedância é o ângulo através do qual a corrente de entrada avança com relação à tensão aplicada, contanto que este ângulo seja positivo. Se for negativo, então a corrente avança com relação à tensão.

Um circuito com um **ângulo de impedância positivo** é chamado **circuito de teor indutivo**, porque as reatâncias indutivas dominam as reatâncias capacitivas. Similarmente, um circuito que tem um **ângulo de impedância negativo** é chamado de **circuito de teor capacitivo**, pois as reatâncias dos capacitores dominam sobre as reatâncias indutivas.

Se o ângulo φ for nulo na forma polar, a parte imaginária será nula na forma retangular. Isso significa que o circuito possui teor resistivo.

Diagrama de Impedâncias e Triângulo de Impedâncias

Um diagrama de impedância é um auxiliar gráfico para se entender a impedância. Este diagrama é construído sobre um plano cartesiano de impedâncias (ou plano complexo) que, como ilustra a figura 6.4.7(a), tem um eixo horizontal (dos números reais) que representa as resistências, designado por R, e um eixo vertical (dos números imaginários) que representa as reatâncias, designado por jX. Os dois eixos devem ter a mesma escala.

Um circuito com teor indutivo apresenta um diagrama de impedância no primeiro quadrante(XL +) e um circuito com teor capacitivo apresenta o diagrama de impedância no quarto quadrante (XC -).

Observação: Para um diagrama estar ou no segundo ou no terceiro quadrante, um circuito deveria ter uma resistência negativa. Isso só poderia ser produzido por uma ou mais **fontes dependentes** no circuito. Este caso não será objeto de nosso estudo neste trabalho.

O **Triângulo de Impedância** é geralmente uma representação gráfica mais conveniente. O triângulo retângulo contém vetores que correspondem à resistência R, à reatância jX e à impedância Z, com o vetor jX, traçado na ponta do vetor R e o vetor para Z traçado como a soma destes dois vetores, como mostra a figura 6.4.7(b) e (c). Podemos perceber que **a impedância é a soma vetorial da resistência com a reatância**.

Assim, no Triângulo de Impedância:
•o cateto adjacente é a resistência;
•o cateto oposto é o módulo da reatância;
•a hipotenusa é o módulo da impedância;
•o ângulo é o argumento da impedância que corresponde à defasagem (deslocamento) da corrente com relação à tensão no circuito.

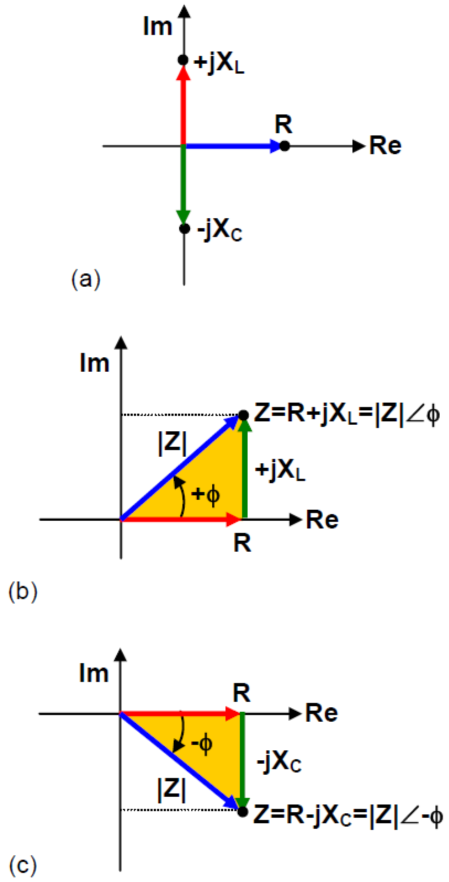


Figura 6.4.7 – Diagrama de Impedâncias e Triângulo de Impedâncias: (a) cargas puras R, L ou C não formam o triângulo de impedâncias; (b) cargas RL formam um triângulo de impedância positivo; (c) cargas RC formam um triângulo de impedância negativo.

Sabemos que a relação entre a tensão e a corrente num elemento ou parte de um circuito é a impedância. Esta, por sua vez, é um número complexo:

$$Z = \frac{\dot{V}_Z}{\dot{I}_Z} = \frac{V_{ef}\angle\theta_V}{I_{ef}\angle\theta_i} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}\angle(\theta_V - \theta_i) = |Z|\angle(\theta_V - \theta_i) = |Z|\angle \pm \phi = R \pm j \cdot X$$

Através da análise do triângulo de impedância podemos aplicar as relações trigonométricas para obter o cateto adjacente (resistência) e o cateto oposto (módulo da reatância). Assim:

$$R = |Z| \cdot \cos\phi$$

$$X = |Z| \cdot \text{sen}\,\phi$$

Se tivermos disponíveis os valores da resistência e da reatância, podemos aplicar as relações trigonométricas do triângulo de impedâncias e obter a hipotenusa (módulo da impedância) e o ângulo (argumento da impedância). Assim:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + |X|^2}$$

$$\phi = \pm \operatorname{arctg}\left(\frac{|X|}{R}\right)$$

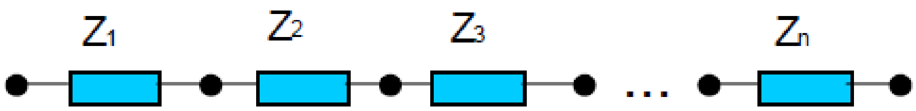
Associação de Impedâncias:

Como uma Impedância é a medida da oposição de um circuito à passagem da corrente alternada, as impedâncias se relacionam com os fasores de corrente e de tensão através da Lei de Ohm, da mesma maneira que as resistências se relacionam com as correntes e tensões em CC. Portanto,**As impedâncias podem ser associadas da mesma forma que as resistências.**

6.4.2.1. Associação Série de Impedâncias:

A impedância equivalente Zeq de uma associação de n impedâncias em série, como mostra a figura 6.4.10 dada pela soma das impedâncias individuais da associação:

$$Z_{eq} = \sum_{i=1}^{n} Z_i$$



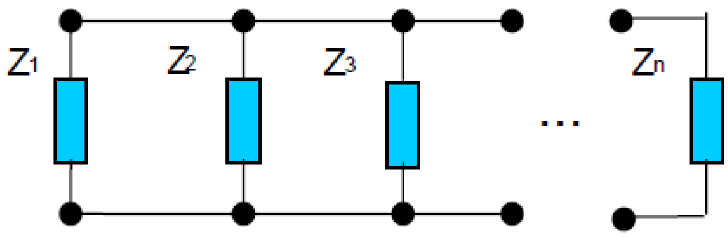
$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_n$$

Figura 6.4.10 associação série de impedâncias.

Associação Paralela de Impedâncias:

O **inverso** da impedância equivalente Zeq de uma associação de n impedâncias em paralelo, como mostra a figura 6.4.11é dada **pela soma dos inversos** das n impedâncias da associação:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{Z_i} \right)$$

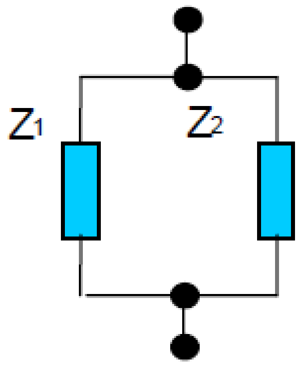


$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \ldots + \frac{1}{Z_n}$$

Figura 6.4.11 associação paralela de impedâncias.

Como mostra a figura 6.4.12, a **Impedância equivalente (Zeq) de duas (e somente duas) impedâncias em paralelo:** é a razão do produto pela soma das duas impedâncias da associação:

$$Z_{eq} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



$$Z_{eq} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Figura 6.4.12 associação de duas impedâncias em paralelo.