

CAPITULO 04 - CARREGAMENTO DINÂMICO - FADIGA E CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

4.1 - INTRODUÇÃO

Na determinação das propriedades dos materiais através do diagrama tensão-deformação a aplicação da carga é gradual, sendo esta condição definida como condição estática. Os valores obtidos se aplicam aos critérios conhecidos como critérios estáticos.

Por outro lado, as condições que freqüentemente aparecem em estruturas mecânicas são solicitações dinâmicas, onde as tensões/deformações variam ciclicamente em pequenos intervalos de tempo, como no caso de um eixo em uma máquina rotativa. Esta flutuação da tensão ou variação em função do tempo leva à estrutura a falha por fadiga. A fadiga é um processo gradual, iniciado com pequenas trincas não visíveis a olho nu, que se desenvolve de forma progressiva e acumulativa, levando a peça a falhar bruscamente após um determinado número de solicitações ou ciclos. Muitas pesquisas já foram realizadas nesta área de forma, nos dando um conhecimento parcial dos mecanismos básicos associados com a falha por fadiga. Neste capítulo iremos dar alguns fundamentos de conceitos elementares que são de grande ajuda para o entendimento do comportamento devido à fadiga. A falha por fadiga resulta, portanto de deformação plástica repetitiva, da mesma forma que um arame falha ao ser fletido repetidamente para frente e para trás. Sem o escoamento plástico repetido, a falha por fadiga não acontece. A falha por fadiga pode ocorrer a níveis de tensão bem abaixo do ponto de escoamento ou limite elástico convencional. Devido ao fato que o escoamento plástico altamente localizado pode dar origem a falha por fadiga, o engenheiro é levado a ter especial atenção a locais potencialmente vulneráveis tais como: quinas, roscas, rasgo de chavetas, corrosão, furos e entalhes. O aumento de resistência destes locais chamados de vulneráveis é tão efetivo quanto substituir a peça por uma material mais resistente. A fissura inicial devido a fadiga resulta em um aumento da concentração de tensão local. À medida que a fissura se propaga, o material na raiz da fissura é submetido a um escoamento reverso bem localizado e destrutivo. A seção é reduzida e cada um aumento de tensões, a taxa de propagação da fissura aumenta até que a seção restante não é mais capaz de suportar a carga aplicada, vindo finalmente a acontecer a fratura. Este capítulo descreve a obtenção do limite de resistência à fadiga, fatores modificativos desta resistência e as teorias existentes para o seu cálculo.

4.2 - TESTE DE FADIGA

O carregamento dinâmico consiste em solicitações onde as tensões variam ciclicamente em pequenos intervalos de tempo. Uma causa comum de fratura é a fadiga: tipo de falha devido a cargas repetidas, a qual é responsável por grande parte das falhas por causas mecânicas. Em geral, uma ou mais trincas pequenas surgem no material, podendo crescer até que ocorra falha completa. Este efeito é observado em estruturas com estado de tensões bem abaixo da tensão de ruptura.

Se o número de repetições (ciclos) do carregamento é grande, da ordem de milhões, então a situação é dita fadiga de alto ciclo. Por outro lado, fadiga de baixo ciclo é causada por um número relativamente pequeno de ciclos, cerca de dezenas, centenas, ou milhares. Fadiga de baixo ciclo é geralmente acompanhada por uma quantidade significativa de deformação plástica, enquanto que fadiga de alto ciclo é associada a deformações relativamente pequenas que são essencialmente elásticas. Componentes de máquinas, veículos e estruturas, são freqüentemente sujeitos a carregamentos repetidos, também chamados de carregamentos cíclicos, e as tensões cíclicas resultantes podem levar a danos físicos microscópicos nos materiais envolvidos. Mesmo em tensões bem abaixo de uma dada resistência do material, os danos microscópicos podem ser acumulados com ciclo contínuo até seu desenvolvimento em uma trinca ou outro dano macroscópico que leva à falha do componente. A figura abaixo mostra o croqui do corpo de prova para o teste de fadiga à flexo-torção.

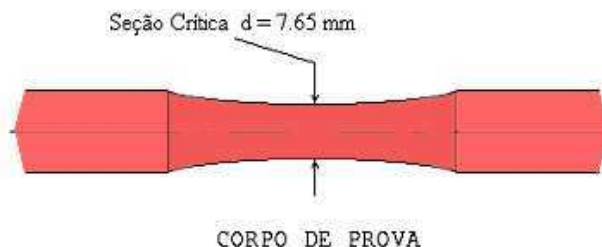


Figura 1 – Corpo de Prova de Moore para fadiga.

A Máquina de fadiga para testes de flexo-torção é bem simples, e o laboratório de Análise Estrutural da PUC-Minas, possui o equipamento mostrado na figura 2.

A figura 3 apresenta um esquema da máquina, onde se verifica que o momento fletor atuante no corpo de prova é constante. O braço de alavanca provoca uma carga 10 vezes maior no corpo de prova. Um motor elétrico de 3500 rpm produz as rotações no corpo-de-prova. Estas rotações são registradas por um contador eletrônico com capacidade de contar até 10^9 ciclos. Ocorre o desligamento automático da máquina após a falha do corpo-de-prova.

Deve-se observar que a fixação do corpo-de-prova, na máquina é feita em dois pontos. Assim, o corpo-de-prova fica submetido a um momento fletor constante no seu centro, logo, nesta região do corpo-de-prova atua apenas o momento fletor.



Figura 2 - Máquina de Fadiga Flexo-Rotativa aberta no Laboratório de Análise Estrutural da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

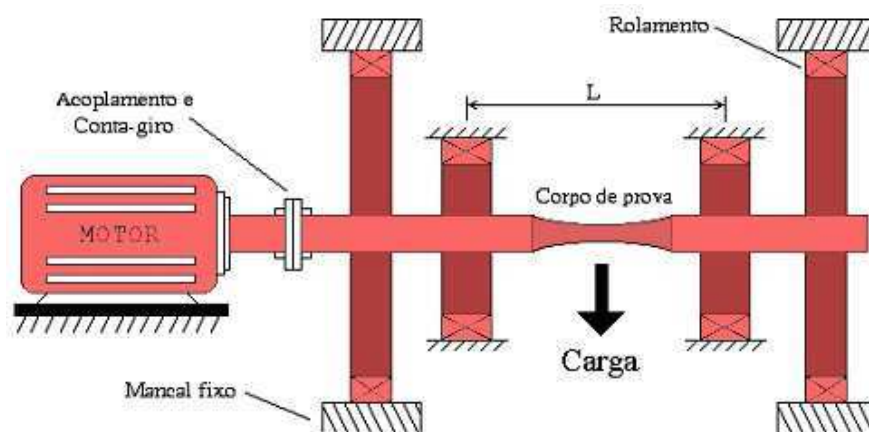


Figura 3 - Esquema da máquina de fadiga.

4.3 - DETERMINAÇÃO DO LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA

Para determinar o limite de resistência à fadiga S_f (também chamado de limite de fadiga) Moore desenvolveu uma máquina rotativa para testar corpos de provas, cujo esquema é dado abaixo:

Provoca-se um momento constante ao longo do comprimento do corpo de prova L com a aplicação da carga. Vários corpos de prova idênticos são testados para diferentes cargas P (diferentes tensões na seção crítica), sendo que o número de ciclos ou vida para cada um deles será, portanto diferente. A representação gráfica tem a configuração mostrada abaixo:

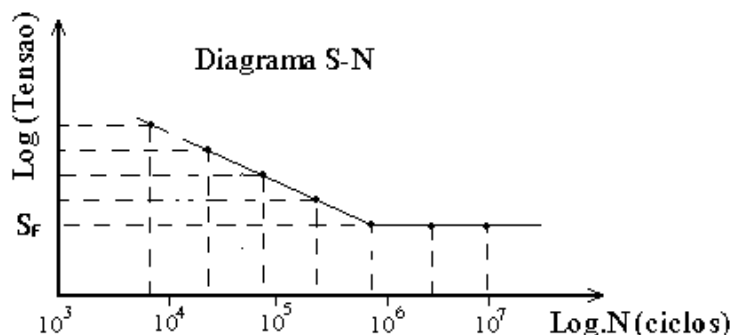


Figura 4 - Curva de fadiga para aços, sendo S_f o limite de resistência à fadiga.

Na figura 4 acima, pode ser observado que, para um nível de tensão S_f , o corpo de prova de aço não rompe, tendo uma vida infinita ou número de ciclos (N) muito grande, maior que 10^6 ciclos. Por outro lado, para um número de ciclos menor ou igual a 10^3 (mil ciclos), a tensão de ruptura é praticamente igual ao limite de resistência à tração, encontrada para os testes estáticos, sendo o valor mais recomendado pela literatura é $0,9 S_u$. Neste capítulo usaremos ambas as expressões S_u ou S_{rup} para o limite de resistência a tração. A tensão encontrada nos testes de fadiga, para uma vida infinita, utilizando a máquina de Moore, é chamada de limite de resistência à fadiga e é representado por S_f . O valor do limite de resistência à fadiga varia para os diferentes tipos de aço. Dos resultados experimentais, obtidos para aços comerciais, conclui-se que existe uma relação funcional entre o limite de resistência à fadiga do corpo de prova, S_f' e o limite de resistência à tração, S_u , tal que:

$$\boxed{S_f' = 0.504 S_u} \Rightarrow \text{O limite de resistência à fadiga de corpos de prova } (S_f) \text{ é a aproximadamente a metade do limite de resistência à tração } (S_{ut}) \text{ para aços.}$$

É importante notar que a relação acima vale somente para valores do limite de resistência à tração de aços até 1400 MPa. Os resultados experimentais mostram que para valores acima de 1400 MPa, o limite de resistência à fadiga dos aços fica praticamente em torno de 700 MPa. Portanto $S_f' = 700 \text{ MPa} \Rightarrow$ quando $S_u = 1400 \text{ MPa}$. Tem-se então que, para traçar o diagrama teórico S-N (tensão-número de ciclos) de um corpo de prova de aço, não

é necessário realizar inúmeros testes na máquina de Moore. A comprovação experimental mostra que a construção desta curva em escala log-log pode ser feita assumindo:

$$10^3 \text{ ciclos} \Rightarrow \text{usar } = 0.9 S_{rup}.$$

$$10^6 \text{ ciclos} \Rightarrow \text{usar } = 0.5 S_{rup}.$$

Para isto basta marcar os pontos A e B, respectivamente $0,9 S_{rup}$ e $0,5 S_{rup}$. Marcar o ponto C para 10^6 , na posição correspondente a $0,5 S_{rup}$. A figura abaixo mostra este procedimento.

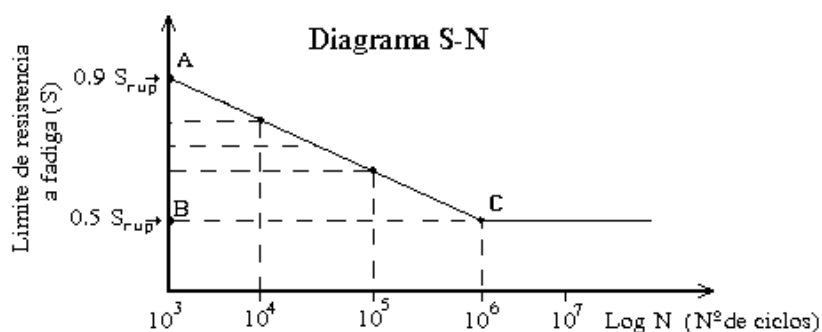


Figura 5 - Curva de fadiga teórica para um aço comercial

4.3.1 - FATORES MODIFICATIVOS

Nota-se que o limite de resistência à fadiga S_f' encontrado para um aço, vale para um corpo de prova, de dimensões padronizadas, testado sob certas condições de acabamento e temperatura. O limite de resistência à fadiga de uma peça qualquer sofre várias influências que devem ser levadas em consideração. Os fatores de modificação são usados para modificar S_f , adaptando-o às condições reais da peça em estudo. Assim, multiplicando S_f pelos vários fatores modificativos, K , tem-se o limite de resistência à fadiga teórico, de peça S_f .

$$S_f = K_a K_b K_c K_d K_e S_f'$$

Cada fator modificativo, K tem uma função de modificação definida por um valor numérico. Assim, na expressão acima tem-se:

S_f = Limite de resistência à fadiga da peça;

S_f' = Limite de resistência à fadiga do corpo de prova;

K_a = Fator devido ao acabamento superficial;

K_b = Fator devido ao tamanho da peça;

K_c = Fator devido ao tipo de carga;

Kd = Fator devido à temperatura;

Ke = Fatores diversos, como concentração de tensões ou ambiental.

A) FATOR DE ACABAMENTO SUPERFICIAL

Este fator leva em consideração o acabamento da superfície, que no caso do corpo de prova é bem acabada e polida. Como o acabamento é função do material e da forma que o mesmo foi trabalhado, a fórmula abaixo permite a sua determinação do fator de superfície Ka:

$$K_a = a \cdot S_{rup}^b$$

onde S_{rup} é o limite de resistência à tração do material. Uma vez que o limite de resistência à tração de materiais dúcteis é idêntico ao limite de resistência à compressão, utiliza-se a expressão S_{rup} , mas alguns autores utilizam a expressão S_{rupt} para defini-lo e S_{rupc} para o limite de resistência à compressão. Os fatores a e b são obtidos a partir da tabela a seguir:

Acabamento superficial	Fator a		Fator b
	Kpsi	MPa	
Retificado	1.34	1.58	-0.085
Usinado ou estirado à frio	2.70	4.51	-0.265
Laminado à quente	14.4	57.7	-0.718
Forjado	39.9	272	-0.995

Tabela 1 - Valores para os fatores a e b, no sistema internacional e inglês, de acordo com [67].

B) FATOR DEVIDO AO TAMANHO

O fator K_b para flexões e torções é calculado por:

$$K_b = \left(\frac{d}{0.3} \right)^{0.1133} \quad 0.11 \leq d \leq 2 \text{ in (pol.)}$$

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{0.1133} \quad 1.24 \cdot d^{0.107} \leq d \leq 2.79 \text{ in (mm)}$$

$$K_b = 0.859 \cdot 0.000837 \cdot d^{0.107} \quad 51 \text{ mm} \leq d \leq 254 \text{ mm (mm)}$$

Para valores maiores, K_b varia de 0.60 a 0.70 para flexões e torções. Se a peça estiver sob cargas axiais, o tamanho não tem nenhum efeito sobre o limite de resistência à fadiga e, portanto adota-se $K_b = 1$. Quando a peça não estiver girando ou a seção transversal não for circular, o valor do fator K_b deve ser calculado. Nestes casos utilizamos o conceito de diâmetro

efetivo d_e , que é obtido equacionando o volume do material submetido à carga e 95% da carga máxima para o mesmo volume do corpo de prova. Quando os dois volumes são igualados, o comprimento é cancelado e precisamos considerar apenas as áreas.

No caso de peças com secções não circulares, como a figura 6 Para se calcular o diâmetro efetivo para uma barra de secção retangular, usa-se a fórmula:

$$d_e = 0.808 \cdot hb^{1/2}$$

sendo que h é a altura e b a largura da seção retangular.

C) FATOR DEVIDO AO CARREGAMENTO

Para carregamento axial, $K_c=1$ ou $K_c=0,922$ ($S_{rup} = 1400Mpa$)

Para carregamento de flexão $K_c=1$

Para carregamento devido a cisalhamento, torção $K_c = 0,577$.

D) FATOR DEVIDO À TEMPERATURA

Os testes realizados nos corpos de prova foram à temperatura ambiente. Para peças trabalhando a temperaturas diferentes a da ambiente, os fatores K_d podem ser obtidos por tabelas ou experimentalmente. Nesta edição ainda usaremos $K_d=1$, pois os valores de K_d estão sendo obtidos no laboratório de Análise Estrutural da PUC-Minas em pesquisa em andamento.

E) FATOR DEVIDO À CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

A concentração de tensão está presente em toda estrutura que contém curvaturas significativas, entalhes e outra forma de perturbação brusca na geometria da peça. Os fatores de concentração teórico K_t , obtidos na sua maioria de forma experimental, podem ser obtidos em tabelas e gráficos próprios, como mostrado no final do capítulo. Este fator, quando multiplicado pela tensão nominal, ou seja, tensão σ_o calculada pelo modelo matemático sem a existência de entalhe, permite determinar a tensão máxima que atua no entalhe.

$$\sigma_{máx} = K_t \cdot \sigma_o \Rightarrow K_t = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_o}$$

Estes gráficos mostram os principais fatores de concentração de tensão para alguns entalhes mais usados nas estruturas.

Dependendo do tipo de material ou da sua resistência, este fator de concentração de tensão geométrico ou teórico, K_t , sofre alterações, diminuindo sua intensidade em função da sensibilidade q do entalhe. A relação que determina o novo fator de concentração K_f (fator efetivo ou prático), foi definido por Peterson, como:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1)$$

A sensibilidade ao entalhe q , depende do limite de resistência a tração e do raio do entalhe. Os valores experimentais da literatura usam q variando de 0 a 1, sendo que os valores mais utilizados se encontram na faixa de 0,6 a 0,9. Esta faixa de valores será utilizada nesta edição e após os resultados experimentais obtidos na PUC-Minas, teremos alteração nestes valores de q .

Calculado o fator K_f , temos que:

$$K_e = \frac{1}{K_f}$$

Este é o fator K_e , que devemos usar como fator corretivo, na fórmula para o cálculo do limite de resistência à fadiga de peça, S_f .

F) EFEITO DA CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO COM CARGA DE FADIGA COMPLETAMENTE REVERSA

Para elementos de máquinas com entalhes as curvas S-N apresentam para o mesmo material um valor menor do que quando não possuem entalhes. Isto significa que as concentrações de tensões são importantes causando esta diminuição. A relação entre os limites de resistência a fadiga sem entalhe e com entalhe é designada como K_f , ou fator de concentração de tensão de fadiga. Teoricamente, poderíamos esperar que K_f fosse igual ao fator teórico de concentração de tensões K_t . Os testes, porém mostram que K_f é freqüentemente menor que K_t . Isto é aparentemente devido a irregularidades internas na estrutura do material. Um material "ideal" teria tensões internas de acordo com a teoria elástica; na realidade os materiais possuem irregularidades causando pontos localizados com maiores tensões. Então, mesmo corpos de prova não entalhados sofrem destes "entalhes internos". A equação definida como $K_f = 1 + q(K_t - 1)$, utiliza o índice de sensibilidade ao entalhe q , que varia entre 0 ($K_f = K_t$) e 1 ($K_f = 1$). Há portanto necessidade de se determinar o índice de sensibilidade do material. A situação é um pouco mais complicada do que se imagina porque a sensibilidade ao entalhe depende não somente do material mas também do raio relativo da

geometria do entalhe e das dimensões das imperfeições internas características. Os raios de entalhe bem pequenos aproximando-se de imperfeições de material fornecem um índice de sensibilidade quase zero o que não deixa de ser uma boa notícia! Isto torna o K_f quase sempre igual a um. Os gráficos do índice de sensibilidade ao entalhe são plotados em função do raio e da resistência à tração dos materiais (Figura 7). Para os aços observa-se a tendência de que materiais mais resistentes e duros são mais sensíveis ao entalhe. Isto significa que a troca de um aço menos resistente por um aço mais resistente e duro normalmente aumenta uma parte da resistência a fadiga, mas o aumento não é tão grande como se poderia esperar devido ao aumento no índice de sensibilidade. A Figura 4.6 também mostra que para um dado aço submetido a carregamento torcional a sensibilidade ao entalhe é um pouco maior do que para carregamento axial e fletor. Os resultados também mostram que a influência do entalhe a 10^3 ciclos é consideravelmente menor do que a 10^6 ciclos.

Outro aspecto onde há uma pequena divergência entre os autores. É melhor tratar o K_f como um fator de concentração de tensão ou um fator de redução de resistência? Os autores diferem neste ponto, mas a maioria utiliza como fator de concentração de tensão. Na realidade a resistência do material não enfraquece pela existência do entalhe. O entalhe é o causador de tensões maiores e localizadas. Com isto pode-se utilizar as curvas S-N tanto para peças com ou sem entalhes.

G) FATORES DEVIDO A INFLUÊNCIA DIVERSAS

A peça pode não possuir pontos de concentração de tensão, mas o fator K_e pode ser também utilizado quando se considera outros efeitos como, direcionamento na laminação do material, corrosão, tensões residuais, cromagem superficial e outros tratamentos de cobertura superficial.

4.4 - LIMITE DE RESISTÊNCIA PARA VIDA FINITA

Uma vez determinados todos os coeficientes de modificação, é possível calcular o limite de resistência à fadiga para a peça em estudo:

$$S_f = K_a K_b K_c K_d K_e S_f'$$

Desta forma é possível traçar o diagrama S-N para a peça, como já definido:

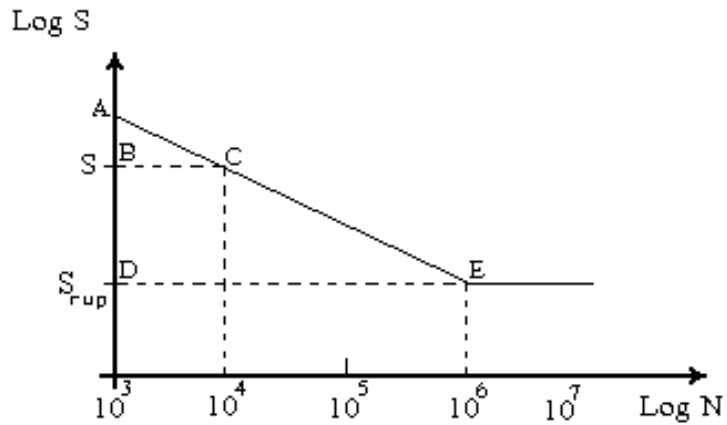


Figura 8 - Determinação da resistência à fadiga S , para um número de ciclos (10^4 ciclos) e um limite de resistência à fadiga S_f determinados.

Como S_f é o limite de resistência à fadiga para vida infinita, pode-se calcular, a partir do diagrama acima o limite de resistência a fadiga (S) para uma vida finita. A solicitação cíclica em uma peça é um processo cumulativo, ou seja, se a peça resiste a 100.000 ciclos e já sofreu 30.000 ciclos, ela memoriza ou guarda este número de ciclos. Se em outra oportunidade a peça continuar sendo solicitada, o número de solicitações ainda possível é igual ao número de ciclos totais que ela suportaria menos o número de ciclos já aplicados, ou seja, 70000. A teoria de fadiga acumulativa é estudada pela Regra de Minner.

$$S = a \cdot N^b \quad \text{para} \quad N = \left| \frac{S}{a} \right|^{\frac{1}{b}}$$

$$\text{onde } a = \frac{0,9 \cdot S_{rup}^2}{S_f} \quad \text{e} \quad b = \frac{1}{3} \log \frac{0,9 \cdot S_{rup}}{S_f}$$

4.5 - FADIGA SOB TENSÕES FLUTUANTES

Freqüentemente encontram-se em estruturas solicitações diferentes das simplesmente alternadas. Estas tensões são chamadas de flutuantes ou a combinação de tensões alternadas e tensões médias constantes. As figuras a seguir mostram estas solicitações:

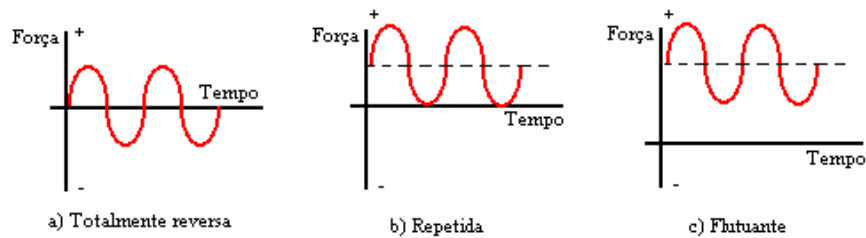


Figura 9 - Tensões reversas, repetidas e flutuantes.

As tensões médias (σ_m) e alternadas (σ_a) são definidas como:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

A influência das tensões médias e alternadas na fadiga de uma peça foi determinada inicialmente por Goodman. Na figura 10, a linha de Goodman é obtida pela reta unido na abscissa o limite de resistência à tração (S_{rup}) e na ordenada o limite de resistência à fadiga (S_f). As tensões médias são plotadas na abscissa e as tensões alternadas na ordenada.

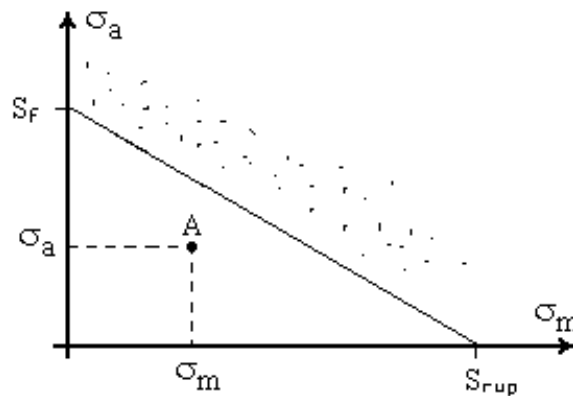


Figura 10 - Diagrama de Goodman, com os eixos das tensões média e alternada.

O diagrama é baseado no fato de que quando somente tensão média (σ_m) atua, a falha é caracterizada pelo limite de resistência (S_{rup}). Quando somente tensão alternada (σ_a) atua, a falha é caracterizada pelo limite de resistência a fadiga (S_f).

Resultados experimentais mostram que, sob a ação das tensões médias (σ_m) e alternadas (σ_a), os pontos de falha, para diferentes valores de tensões combinadas acontecem como mostrado na figura acima. Isto significa que a linha de Goodman, obtida ligando S_f com S_{rup} , é a linha de segurança para qualquer combinação de tensões σ_m e σ_a . Em outras palavras, qualquer combinação que cair dentro dos limites do diagrama está seguro, como no caso do ponto "A".

Outra concepção desta teoria é o diagrama de Soderberg ou linha de Soderberg, que utiliza para o eixo das tensões médias o limite de resistência ao escoamento (S_y), sendo um diagrama mais conservativo. Outros diagramas mais próximos da realidade, que mais se aproximam dos resultados experimentais já foram propostos, com destaque para a parábola de Gerber. A figura abaixo mostra a representação gráfica:

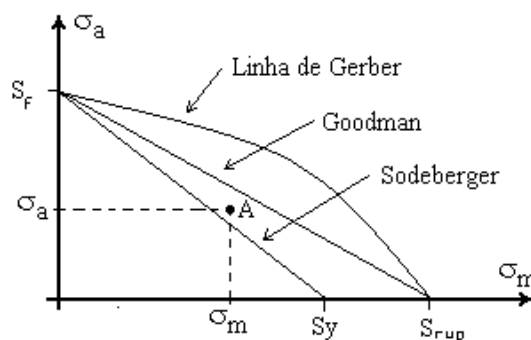


Figura 11 - Representação gráfica das diversas teorias de fadiga.

Nesta figura, o ponto A, resultado da combinação das tensões médias σ_m e alternadas σ_a , está segura para as teorias de Gerber e Goodman, mas não se encontra segura segundo a teoria de Soderberg. As equações a seguir representam a formulação matemática de cada teoria:

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_y} = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Soderberg}$$

$$\frac{S_a}{S_f} + \frac{S_m}{S_{rup}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Goodman}$$

$$\frac{S_a}{S_f} + \left(\frac{S_m}{S_{rup}} \right)^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Gerber}$$

Para fins de aplicação nos problemas convencionais de engenharia, recomenda-se a utilização da teoria de Goodman.

Para cálculos de tensões de fadiga em problemas reais de engenharia, deve-se utilizar um coeficiente de segurança n , que na teoria de Goodman, por exemplo, é determinado por:

$$n = \frac{S_a}{a} + \frac{S_m}{m}$$

As tensões σ_m e σ_a podem se transformar respectivamente nas resistências média e alternada S_m e S_a se cada uma delas forem divididas pelo coeficiente de segurança n . Assim as equações que representam as teorias ficariam assim:

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_y} = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \text{Soderberg}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{rup}} = \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \text{Goodman}$$

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{rup}} \right)^2 = \frac{1}{n^2} \quad \Rightarrow \quad \text{Gerber}$$

4.6 - FADIGA SOB TENSÕES COMBINADAS

Em componentes mecânicos de uma forma geral, a distribuição de tensões mais freqüente é a de tensões combinadas. Dependendo dos tipos de esforços envolvidos na parte mecânica, flexão, esforço normal ou torção aparecem tensões alternadas e médias devido a essas múltiplas solicitações. Assim, cada tipo de esforços pode gerar:

$$\text{- Flexão} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_a)_F \\ (\sigma_m)_F \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{a1} \\ \sigma_{a2} \\ \sigma_{m1} \\ \sigma_{m2} \end{array} \right\} \quad \text{Tensões médias e alternadas nas direções 1 e 2, devido à flexão}$$

$$\text{- Torção} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_a)_T \\ (\sigma_m)_T \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{a1} \\ \sigma_{a2} \\ \sigma_{m1} \\ \sigma_{m2} \end{array} \right\} \quad \text{Mesmo que para flexão}$$

$$\text{- Normal} \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_a)_N \\ (\sigma_m)_N \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{a1} \\ \sigma_{a2} \\ \sigma_{m1} \\ \sigma_{m2} \end{array} \right\} \quad \text{Mesmo que para flexão}$$

A combinação destas tensões para resultar em um única tensão, seja alternada ou média, é conseguida da seguinte forma:

- Tensões alternadas ou médias na mesma direção:

Soma $(\sigma_a)_f + (\sigma_a)_n + (\sigma_a)_t = (\sigma_a)_r$, obtendo-se a tensão resultante, alternada ou média, na direção correspondente.

- Tensões alternadas ou médias, respectivamente em direções diferentes:

Calcula-se a tensão equivalente ou tensão de Von Misses:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{2} + \sigma_2^2 + \frac{\sigma_1^2}{2}} \quad \text{Direções 1 e 2 principais.}$$

Observa-se que as tensões contidas nos radicais já foram combinadas como a soma de todas as tensões que atuam na mesma direção. No caso das tensões estarem referidas nos eixos X e Y, a tensão cisalhante estará presente e as equações acima descritas são escritas na forma:

$$a' = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{a_x} + \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x}\right)^2 \frac{\sigma_y^2}{a_y} + 3 \frac{\sigma_{xy}^2}{a_{xy}}}$$

$$m' = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{m_x} + \left(\frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x}\right)^2 \frac{\sigma_y^2}{m_y} + 3 \frac{\sigma_{xy}^2}{m_{xy}}}$$

Deve-se lembrar que cada uma destas tensões são calculadas pela equação dada pelo modelo matemático correspondente ao tipo de solicitação. Uma vez obtido a' e m' , a teoria de Goodman pode ser aplicada.

4.7 - FADIGA DE CONTATO SUPERFICIAL

No estudo anterior, o limite de resistência a fadiga S_f' foi determinado usando uma máquina rotativa que flexiona o corpo de prova, e por isso é freqüentemente chamado de limite de resistência à fadiga devido à flexão. O contato direto entre peças causa a fadiga superficial devido ao contato, sendo o limite de resistência à fadiga superficial S_{sf} determinado de forma diferente.

Trabalhos realizados por Buckingham e Talboudert determinaram que a fadiga superficial do material depende da dureza Brinell (HB), sendo o limite de resistência à fadiga superficial para uma vida de 10^8 ciclos, definido pelas expressões:

$$S'_{sf} = 0.4HB^{10} \text{ (Kpsi) ou}$$

$$S'_{sf} = 2.76HB^{70} \text{ (MPa)}$$

Este limite foi determinado para materiais (aço) em condições apropriadas e para uma vida de 10^8 ciclos. Em condições de trabalho o limite de resistência à fadiga superficial da peça é determinado pela expressão abaixo, que considera os fatores de modificação:

$$S_{sf} = S'_{sf} \frac{C_L}{C_T} \frac{C_H}{C_R}$$

onde C_L = Fator de vida, depende do número de ciclos

C_H = Fator que depende da razão de dureza

C_T = Fator de temperatura

C_R = Fator de confiabilidade

O fator $C_H = 1$ para uma dureza das partes aproximadamente iguais. O fator de vida C_L é calculado pela expressão:

$$C_L = 2,466 N^{0.056}$$

para N = número de ciclos entre 10^4 e 10^8 .

O fator temperatura C_T , para condições normais da temperatura dos lubrificantes ($T < 120$), é 1. Por outro lado, o fator de confiabilidade depende do sistema em consideração, sendo C_R para engrenagem dado:

Confiabilidade	Fator C_R
90%	0,85
99%	1,00
99.9%	1,25

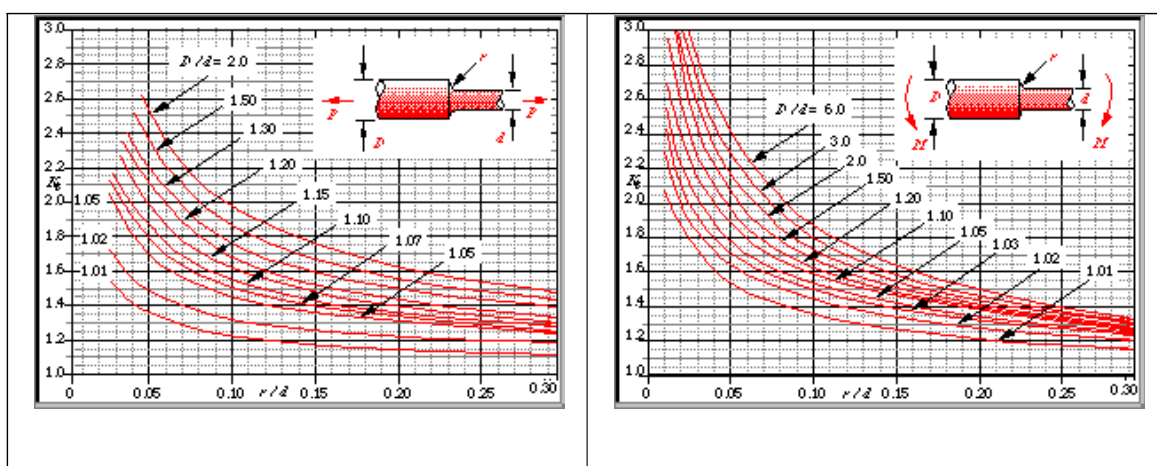
Tabela 3 – Fatores de confiabilidade.

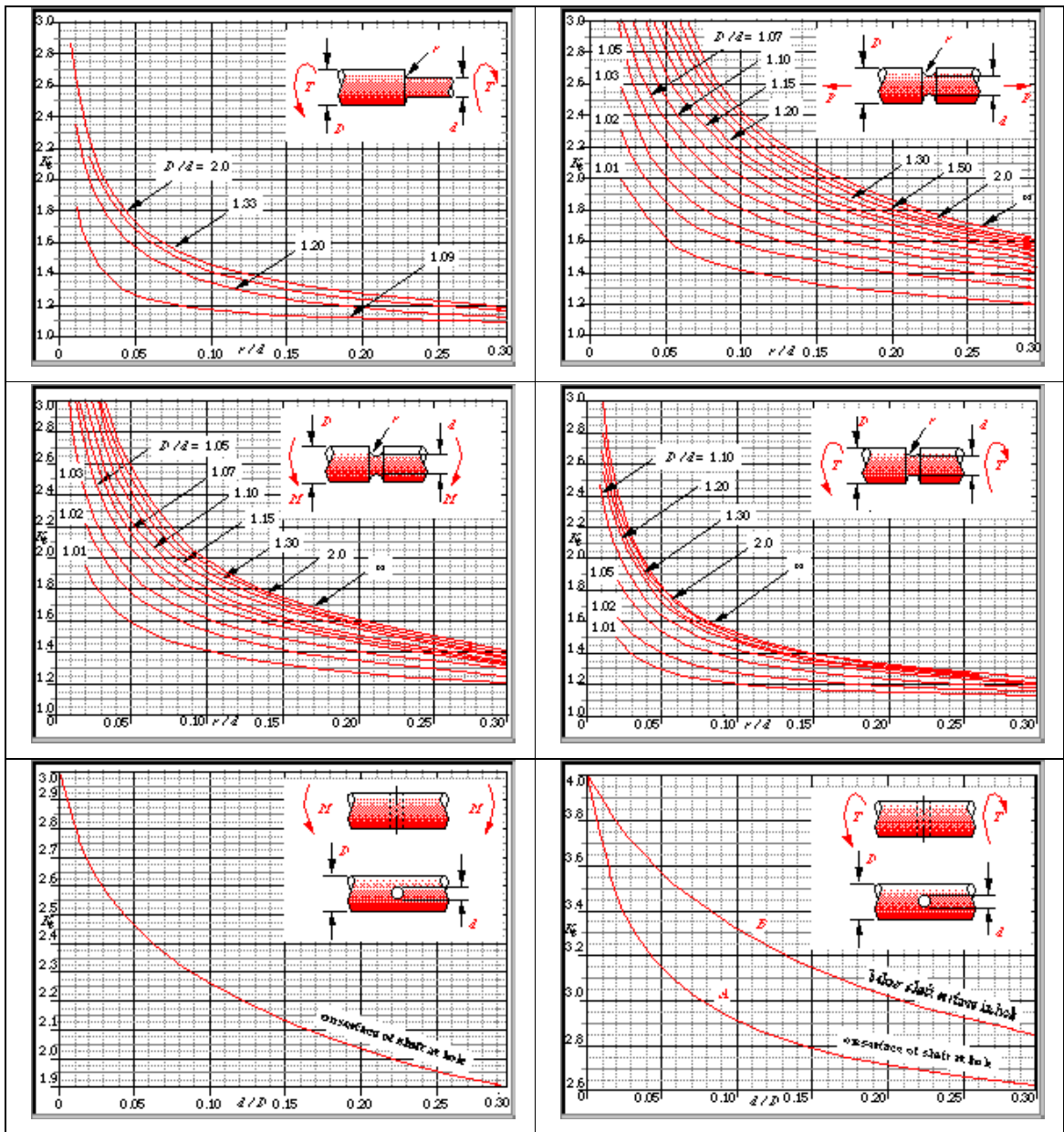
A fadiga superficial é muito importante para estudar certos elementos mecânicos como a fadiga no contato de dentes de engrenagens, contato de esfera ou rolos em rolamentos, rodas e trilhos ferroviários, cames e seguidores, etc.

É muito importante lembrar que, para o dimensionamento da parte mecânica usando fadiga superficial, é necessário conhecer o modelo matemático ou fórmula matemática da tensão provocada pelo contato. Estas formulações não são simples de serem escritas, e são baseadas na teoria de contato de Hertz. Uma vez calculada a tensão induzida na peça, o dimensionamento é feito comparado esta tensão com o limite de resistência à fadiga S_{sf} , considerando o coeficiente de segurança n .

$$\frac{S_{sf}}{n}$$

4.8 - GRÁFICOS P/ DETERMINAÇÃO DO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES K_T





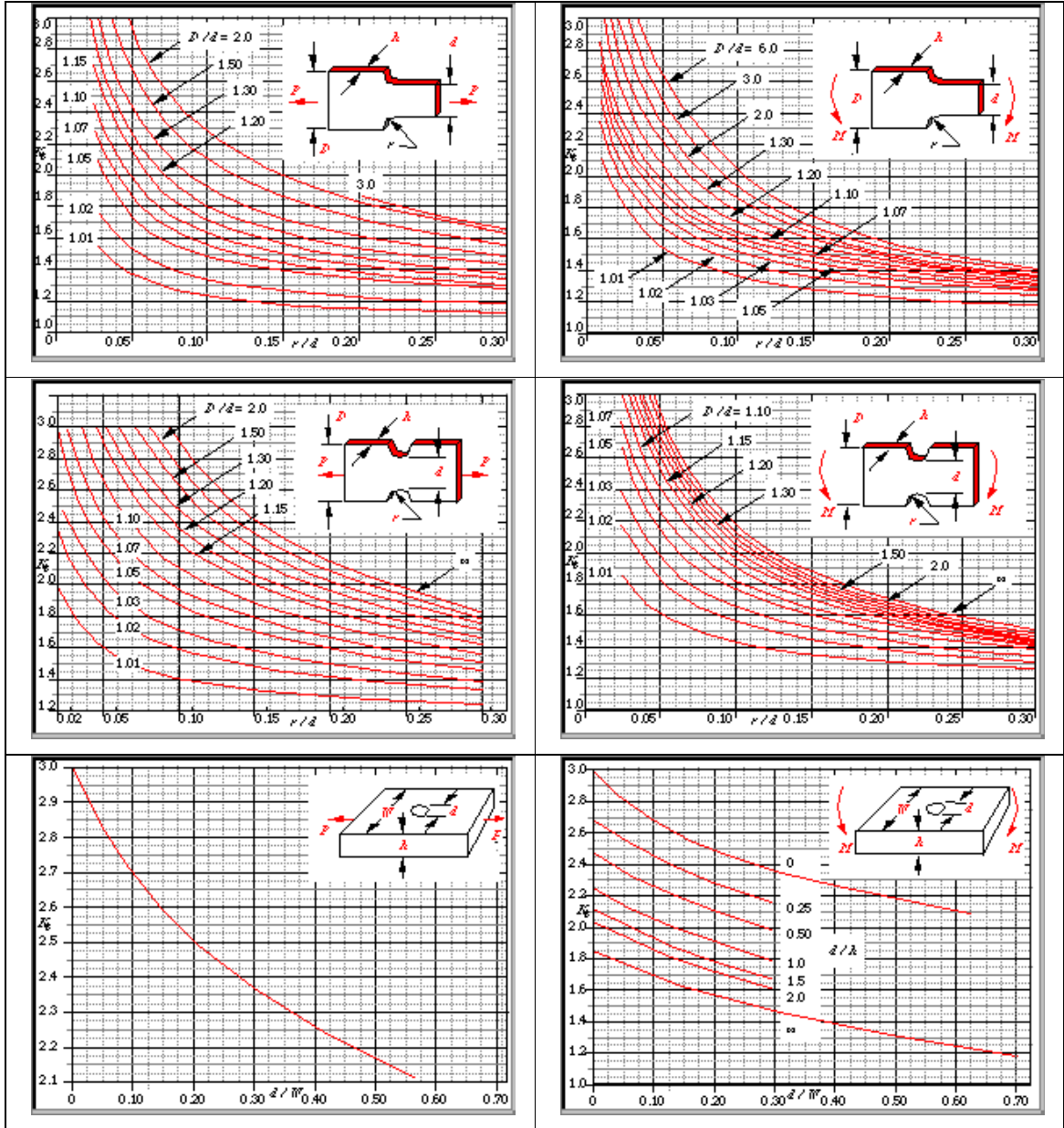


Figura 12 - Gráficos para Determinação do Fator de concentração de tensões K_t .

4.9 - PREVISÃO DE FADIGA COM CARGAS VARIANDO RANDOMICAMENTE

Para se prever a vida de peças tencionadas acima do limite de resistência a fadiga,

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_k}{N_k} = 1$$

é um procedimento difícil. Palmgren e Minner propuseram muito logicamente um conceito simples onde se uma peça é carregada ciclicamente a um nível de tensão que provocaria uma falha a 10^5 ciclos, então cada ciclo deste carregamento consome uma parte nos 10^5 da vida da peça. Se outros ciclos de tensão são interpostos correspondendo a uma vida de 10^4 ciclos, cada um destes ciclos consome uma parte nos 10^4 da vida, e assim por diante. Nesta base, 100 % da vida foi consumida, e se tem a previsão da falha. A regra de Palmgren ou Miner é expressa pela seguinte equação em que n_1, n_2, \dots, n_k representam o número de ciclos a específicos níveis de sobre tensão, e N_1, N_2, \dots, N_k representam a vida (em ciclos) destes níveis de sobre tensão, tomados da curva S-N. A falha por fadiga é prevista quando a equação acima se mantém.

4.10 - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- Uma peça metálica é submetida a uma carga fletora F . A mola flutua entre 9,3 kN a 10,67 kN. Possui um limite de resistência à tração $S_{rup}=1400$ Mpa e limite de resistência ao escoamento $S_e=950$ Mpa. Considerando um acabamento de forjamento para a peça, calcule o fator de segurança contra o escoamento e a fadiga para uma espessura de 18 mm.

Solução:

Cálculo do fator por fadiga. Devemos calcular os valores de R_1 e R_2 .

$$R_1 = \frac{F}{2} \quad \text{e} \quad R_2 = \frac{F}{2}$$

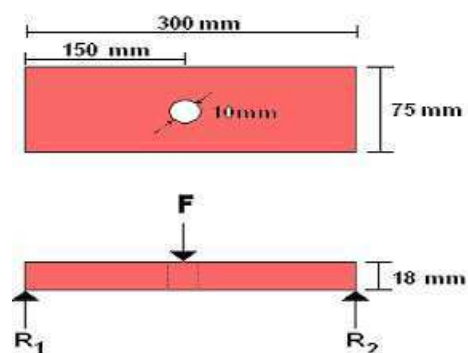


Figura 13 - Exercício resolvido 1.

$$M_F = R_1 \cdot 150 \times 10^{-3} \quad M_F = \frac{F}{2} \cdot 150 \times 10^{-3} \quad \text{Momento onde a força } F \text{ é aplicada.}$$

$$M_{F_{\max}} = \frac{10,67 \times 10^3}{2} \cdot 150 \times 10^{-3} \quad \boxed{M_{F_{\max}} = 800,25 \text{ N.m}}$$

$$M_{F \min} = \frac{9,3 \times 10^3}{2} \cdot 150 \times 10^3 \quad \boxed{M_{F \min} = 697,5 \text{ N.m}}$$

$$\frac{M.c}{I} \text{ onde } I = \frac{w \cdot d \cdot h^3}{12}$$

$$\text{Assim } I = \frac{75 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^3 \cdot 18 \times 10^3}{12} \quad I = 3,645 \times 10^8 \text{ m}^4$$

$$\sigma_{\max} = \frac{800,25,9 \times 10^3}{3,645 \times 10^8} = 2,28 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{697,5,9 \times 10^3}{3,645 \times 10^8} = 1,987 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad \boxed{\sigma_a = 1,465 \times 10^7 \text{ Pa}}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad \boxed{\sigma_m = 2,133 \times 10^8 \text{ Pa}}$$

Cálculo dos fatores de correção à fadiga.

Cálculo de K_a – Forjado

$$k_a = a \cdot S_{rup}^b \quad \text{tabela 4.1 } a = 272 \quad b = -0,995$$

$$\boxed{k_a = 0,201}$$

Cálculo de K_b – Seção quadrada

$$K_b = \left(\frac{d}{7,62} \right)^{0,1133} = 2,79 \quad d = 51 \text{ mm} \quad (\text{mm})$$

$$d_e = 0,808 \cdot (18 \times 75)^{\frac{1}{2}} \quad d_e = 29,688 \text{ mm}$$

$$K_b = \left(\frac{29,688}{7,62} \right)^{0,1133} \quad \boxed{K_b = 0,857}$$

Cálculo de K_c – Flexão

$$\text{Para flexão temos que } \boxed{k_c = 1}$$

$$\text{Cálculo de } K_d \text{ – Considerando temperatura de trabalho baixa. } \boxed{k_d = 1}$$

Cálculo de K_e

$$K_e = \frac{1}{K_f} \text{ onde } K_f = 1 + q \cdot (Kt - 1)$$

Cálculo de q

Adotando $q=0,95$, tem-se

Cálculo de K_t

$$\frac{d}{w} = \frac{10}{15} = 0,133 \quad \text{e} \quad \frac{d}{h} = \frac{10}{18} = 0,556$$

$$K_t = 2,1$$

Donde fica K_f

$$K_f = 1 + 0,95 \cdot (2,1 - 1) = 2,045$$

Assim K_e

$$K_e = \frac{1}{2,045} = 0,489$$

Com todos os parâmetros poderemos calcular o S_f .

$$S_f' = 0,504 \cdot S_{rup} \text{ para aços.}$$

$$S_f' = 705,6 \text{ Mpa}$$

$$S_f = K_a K_b K_c K_d K_e S_f'$$

$$S_f = 0,201 \cdot 0,857 \cdot 0,489 \cdot 705,6$$

$$S_f = 59,435 \text{ Mpa}$$

Cálculo do fator de segurança pelo critério de Goodman modificado

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{rup}} = \frac{1}{n}$$

$$\frac{1,465 \times 10^8}{59,435 \times 10^6} + \frac{2,133 \times 10^8}{1400 \times 10^6} = \frac{1}{n} \quad n = 0,382$$

Cálculo do fator de segurança por escoamento:

$$\frac{M \cdot c}{I} \text{ onde } I = \frac{w \cdot d \cdot h^3}{12}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{800,25 \cdot 9 \times 10^3}{3,645 \times 10^8} = 2,28 \times 10^8 \text{ Pa}$$

$$n = \frac{S_{rup}}{\sigma_{\max}} = \frac{1400 \times 10^6}{2,28 \times 10^8} = 6,140$$

2. Uma mola é submetida a uma carga variável, sendo a carga máxima $F = 133 \text{ N}$ e a carga mínima $F = 66 \text{ N}$. O material da mola é aço com $S_{rup} = 1170 \text{ Mpa}$, e diâmetro $d = 9,5 \text{ mm}$.

Neste projeto não foi considerada a concentração de tensões ao longo do comprimento da mola. O acabamento superficial corresponde a um laminado a quente. Qual o número de aplicação de carga N, que causará falha na peça.

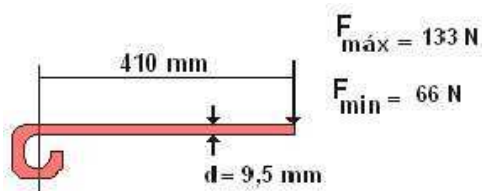


Figura 14 - Exercício resolvido 2.

Solução:

Calculemos o momento máximo e mínimo.

$$M_{\max} = 410 \times 10^{-3} F_{\max} \quad M_{\min} = 410 \times 10^{-3} F_{\min}$$

$$M_{\max} = 410 \times 10^{-3} \cdot 133 \quad M_{\min} = 410 \times 10^{-3} \cdot 66$$

$$M_{\max} = 54,53 \text{ N} \cdot \text{m} \quad M_{\min} = 27,06 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Cálculo das tensões.

$$\frac{32M}{d^3}$$

$$\text{max} \quad \frac{32 \cdot 54,53}{(9,5 \times 10^{-3})^3} \quad \boxed{\text{max} \quad 647,8 \text{ Mpa}}$$

$$\text{m} \quad \frac{32 \cdot 27,06}{(9,5 \times 10^{-3})^3} \quad \boxed{\text{m} \quad 321,5 \text{ Mpa}}$$

$$\text{a} \quad \frac{\text{max} - \text{min}}{2} \quad \boxed{\text{a} \quad 163,2 \text{ Mpa}}$$

$$\text{m}' \quad \frac{\text{max} + \text{min}}{2} \quad \boxed{\text{m}' \quad 484,7 \text{ Mpa}}$$

Cálculo de Ka – Laminado à quente

$$ka = a S_{rup}^b \quad \text{tabela 4.1} \quad a = 57,7 \quad b = -0,718$$

$$Ka = 57,7 \cdot 1170^{0,718} \quad \boxed{Ka \quad 0,362}$$

Cálculo de Kb

$$K_b \left(\frac{d}{7,62} \right)^{0,1133} = 2,79 \quad d = 51 \text{ mm} \quad (\text{mm})$$

$$d_e = 0,370.d$$

$$d_e = 0,370.9,5$$

$$d_e = 3,515$$

$$K_b \left(\frac{3,515}{7,62} \right)^{0,1133} = \boxed{k_b = 1,092}$$

Cálculo de K_c – Flexão

Para flexão temos que $\boxed{k_c = 1}$.

Cálculo de K_d – Considerando temperatura de trabalho baixa. $\boxed{k_d = 1}$

Não foram consideradas concentrações de tensões ao longo da mola, ou seja, $\boxed{k_e = 1}$.

Com todos os parâmetros poderemos calcular o S_f .

$$S_f' = 0,504.S_{rup} \text{ para aços.}$$

$$\boxed{S_f' = 589,68 \text{ Mpa}}$$

$$S_f = K_a K_b K_c K_d K_e S_f'$$

$$S_f = 0,362 \times 1,092 \times 589,68 \quad S_f = 233,103 \text{ Mpa}$$

Cálculo do número de ciclos.

$$S = \frac{a}{1 - \frac{m}{S_{rup}}} \quad S = \frac{163,2 \times 10^6}{1 - \frac{484,7 \times 10^6}{117,0 \times 10^6}} \quad S = 2,786 \times 10^8$$

$$S = a.N^b$$

$$a = \frac{0,9.S_{rup}^2}{S_f} \quad a = 4756,734 \times 10^6$$

$$b = \frac{1}{3} \log \frac{0,9.S_{rup}}{S_f} \quad b = 0,2183$$

$$N = \left(\frac{S_f}{a} \right)^{\frac{1}{b}} \quad N = 441683 \text{ ciclos}$$

4.11 - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

CARGAS VARIÁVEIS

1. Um elo como mostrado na figura abaixo, é feito de aço AISI 4130 temperado e revenido a 540°C ($S_{ut}=1030\text{ MPa}$). A carga $F=5\text{ KN}$ é repetitiva e reversa. Supondo não haver concentração de tensão pede-se: a) Qual deverá ser o diâmetro para $N=1,40$ e acabamento de usinagem? B) Idêntico ao item a, exceto que o acabamento é polido. Qual a economia no peso? C) Idêntico ao item a, exceto que o acabamento é forjado.

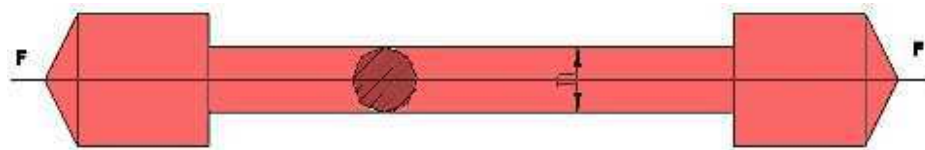


Figura 15 – Exercido proposto 1.

2. Idêntico ao exercício 1, exceto que, devido ao ambiente corrosivo, o elo é fabricado em bronze silício, laminado a frio e o número de ciclos esperado para a vida da peça é maior que 3×10^7 ciclos.
3. Um eixo é apoiado como uma viga simples de 450 mm de comprimento, de aço AISI 3120. Uma carga estática de 8900 N é aplicada ao eixo em rotação, na metade do eixo entre dois apoios (mancais). As superfícies são polidas e a peça foi projetada para uma vida infinita. Para um fator de segurança $N=1,6$, baseado no limite de resistência à fadiga, qual deveria ser o seu diâmetro se não há descontinuidades na sua superfície?

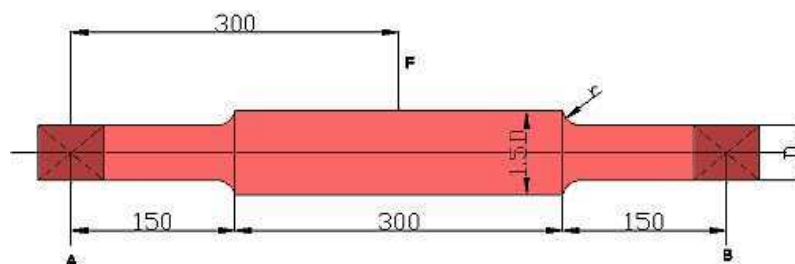


Figura 16 - Exercido 3.

4. Um suporte simples como o mostrado na figura, possui uma seção retangular e foi projetado para vida infinita e carga reversa. Calcule: a) as dimensões de uma seção sem descontinuidade onde $b=2,8 t$ e $L=350\text{ mm}$ e um fator de segurança (projeto) igual a 2. O

material é aço AISI 1020, laminado com acabamento superficial de forjamento. b) Calcule as dimensões de uma seção onde $e = 100$ mm.

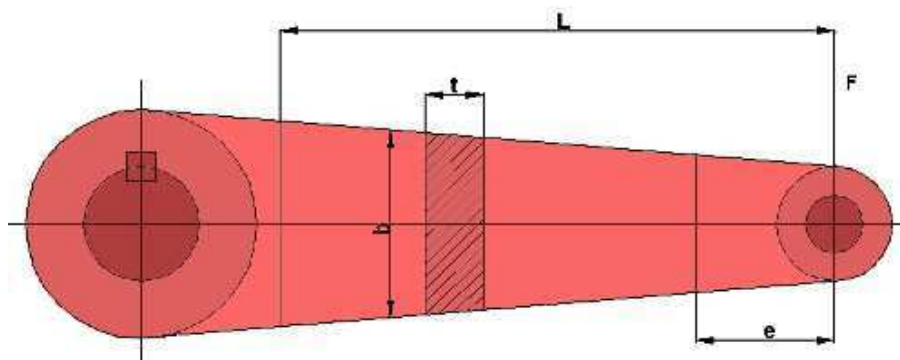


Figura 17 - Exercido proposto 4.

5. Idêntico ao exercício 4, exceto que a vida da peça submetida a cargas reversas não deve exceder 10^5 ciclos.
6. Um eixo é submetido a um torque reverso máximo de 1695 Nm. É usinado e feito de aço AISI3140 . Qual deverá ser o seu diâmetro para $N=1,75$?
7. Idêntico ao exercício 6, exceto que o eixo é oco, com diâmetro externo igual ao dobro do diâmetro interno

CARGAS VARIÁVEIS COM CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

8. Um elo de conexão é visto na figura, exceto que há um furo radial de diâmetro 3 mm, no centro da peça. A peça é usinada, feito de aço AISI2330 WQT1000 °F e submetida a uma carga axial reversa cujo valor máximo é de 22 kN. Para um fator de segurança $N=1,5$, determine o diâmetro do elo no furo: a) para uma vida infinita; b) Para uma vida de 10^5 ciclos. c) Para o elo no ítem a, qual a máxima tensão de tração?

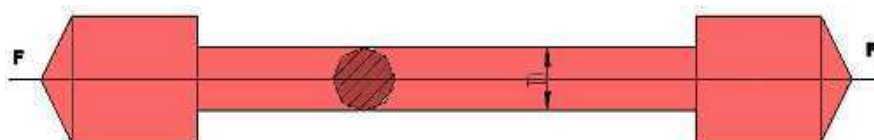


Figura 18 – Exercido proposto 8.

9. O elemento de máquinas mostrado na figura possui espessura uniforme $t=b/2,5$ e é usinado. O material da peça é o aço AISI 1020, laminado. O projeto é para vida infinita e carga

repetitiva de 44 N a 90 kN, sendo que $d=b$. Pede-se: a) para um fator de segurança 1,8 (Soderberg), qual deveria ser as dimensões da peça? Qual a máxima tensão de tração atuante na peça projetada?

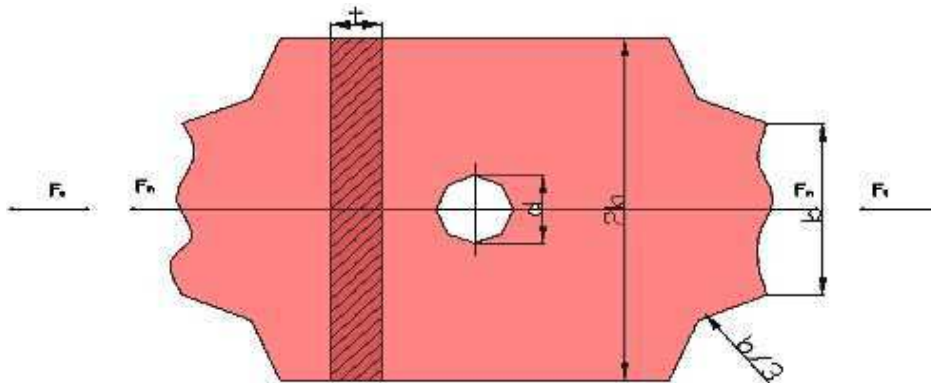


Figura 19 – Exercido proposto 9.

10. A viga mostrada tem uma seção circular e suporta uma carga F que varia de 44,5 a 133,5 kN, é usinada, aço AISI1020, laminado. Determine o diâmetro D se $r=0,2 D$ e $N=2$ (fator de segurança), vida infinita.

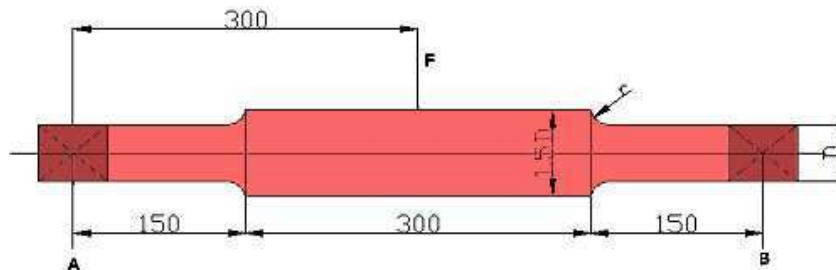


Figura 20- Exercido 10.

11. Idêntico ao exercício 10, exceto que a carga F é constante e igual a 133,5 kN e a viga gira com um eixo.

12. Uma viga em balanço está sujeita a uma carga reversa de 133,5 kN. Seja o raio do filete $r=3$ mm e o material da viga é o aço SAE1015. Determine as dimensões t , h ($b=1,3 h$) para um fator de segurança 1,8 baseado nas tensões variáveis. Considere nas seções A e B, vida infinita.

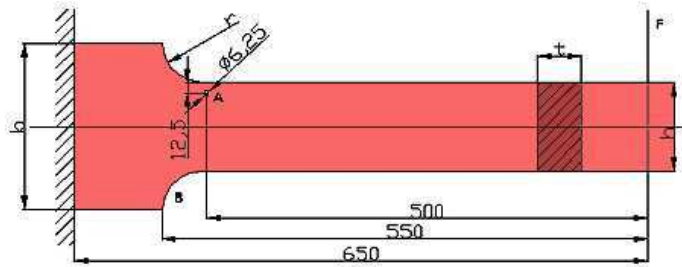


Figura 21 - Exercido proposto 12.

13. Idêntico ao exercício 12, exceto que a carga F varia de $\pm 44,5$ kN a 222,5 kN.

14. A peça mostrada na figura é feita de aço C1035, laminado com as seguintes dimensões: $a=9$ mm; $b=22$ mm; $c=25$ mm; $d=12,5$ mm; $L=300$ mm; $r=1,6$ mm. A carga axial F varia de 133,5 kN a 222,5 kN e é aplicada através de pinos pelos furos. Pede-se: a) Quais os fatores de segurança nos pontos A, B e C se a peça é totalmente usinada. B) Quais as máximas tensões nestes pontos?

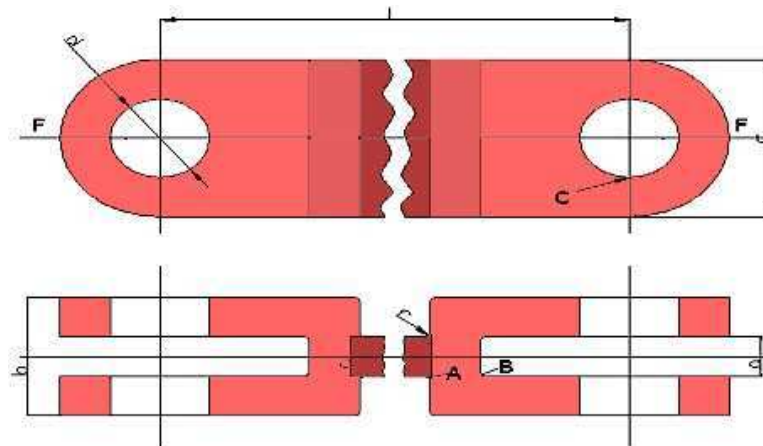


Figura 22 - Exercido 14.